PROGRAM KREATIVITAS MAHASISWA

APLIKASI KONSEP FRAKTAL DALAM PENENTUAN KUALITAS RESAPAN BAHAN BERSERAT

JENIS KEGIATAN:

PKM Penulisan Ilmiah

Diusulkan oleh:

Indra Wahyudin Fathona (NIM. 10205023 – Angkatan 2005)

Sabriani Suci Zasneda (NIM. 10205056 – Angkatan 2005)

M. Ginanjar Azie (NIM. 10204070 – Angkatan 2004)

PROGRAM STUDI FISIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

2007

APLIKASI KONSEP FRAKTAL DALAM PENENTUAN KUALITAS RESAPAN BAHAN BERSERAT

Indra Wahyudhin Fathona, Sabriani Suci Zasneda, M. Ginanjar Azie[*)]

KSM 102 Fisikawan Muda, Program Studi Fisika, Institut Teknologi Bandung
Jalan Ganesha 10, Bandung 40132, E-mail: [*)] xstepnort@gmail.com

ABSTRAK

Karakteristik suatu fraktal sangat ditentukan dimensinya yang berbentuk pecahan. Untuk suatu fraktal yang dibentuk dari proses peremasan, dapat diturunkan suatu hubungan antara massa terhadap diameter fraktal sehingga diperoleh dimensinya. Kajian lebih lanjut menunjukkan bahwa dimensi fraktal ternyata berpengaruh pada kualitas resapan bahan berserat yang dijadikan fraktal.

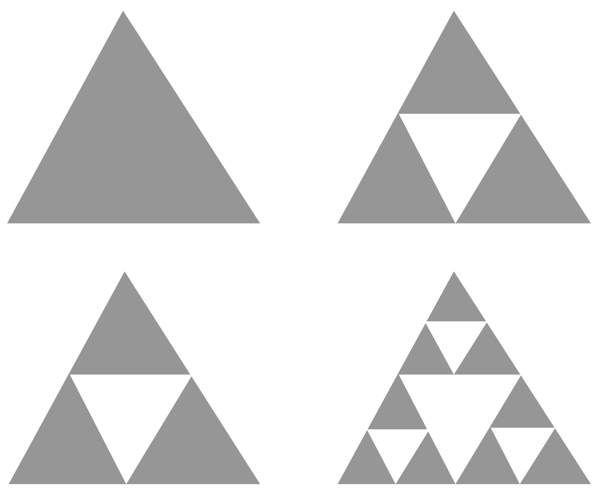
Kata kunci: fraktal, dimensi, resapan bahan.

PENDAHULUAN

Banyak struktur ruang di alam ini ternyata dihasilkan dari penyusunan ulang komponen-komponen yang identik dalam jumlah besar. Proses penyusunan ulang itu terjadi melalui aturan/rumusan tertentu, yang disebut dengan *organisasi*. Dua prinsip yang paling sederhana dari organisasi tersebut adalah keteraturan (*regularity*) dan keteracakan (*randomness*). Berdasarkan prinsip keteraturan, komponen-komponen terkecil dari suatu struktur dapat menyusun diri mereka sendiri dalam sebuah mode periodik atau kuasiperiodik menghasilkan bentuk kristal, campuran logam, formasi prajurit dalam suatu parade, dan sebagainya. Sementara dari prinsip keteracakan, contoh yang jelas tampak pada distribusi gas dan pertumbuhan rambut binatang yang prosesnya berlangsung secara acak.

Konsep Fraktal

Di antara dua ekstrem keteraturan dan keteracakan, terdapat prinsip "kesamaan diri" (*self-similarity*) yang membawa kita pada sebuah struktur yang disebut dengan *fraktal*. Pada fraktal, ketika bagian dari suatu sistem membesar dengan perbesaran yang sama pada berbagai arah, maka bentuk tersebut akan menyerupai bentuk keseluruhannya. Ciri khas fraktal di sini yaitu memiliki dimensi dalam bentuk pecahan. Konsep ini dapat diilustrasikan dengan contoh Segitiga Sierpinski (SS). Untuk membentuk SS, pada langkah pertama ($n = 0$) kita mulai dari sebuah segitiga sama sisi yang masing-masing sisinya bernilai 1 satuan. Pada langkah selanjutnya ($n = 1$), kita harus memotong seluruh bagian tengah segitiga tersebut oleh suatu bentuk segitiga terbalik. Kemudian pada $n = 2$, lakukan hal yang sama untuk setiap segitiga yang terbentuk dari langkah sebelumnya. Proses tersebut diulang terus menerus sampai $n = \infty$. (Tentu saja, hal ini dapat dilakukan dalam pikiran, tetapi tidak dalam kenyataan.) Himpunan dari segitiga pada langkah terakhir ($n = \infty$) adalah Segitiga Sierpinski yang diinginkan. Mudah untuk dipahami bahwa setiap bagian kecil dari SS memiliki bentuk yang sama seperti keseluruhannya. Dengan demikian, SS merupakan suatu fraktal.



Gambar 1. Segitiga Sierpinski dengan n = 0 hingga n = 3.

Pengertian Dimensi

Dimensi benda yang umum dalam kehidupan sehari-hari merupakan dimensi dalam ruang Euclid [1], yaitu 0, 1, 2, dan 3. Dimensi dapat dibayangkan sebagai sebuah ukuran jumlah titik-titik yang sedang ditinjau. Konsep ini secara matematis mungkin tampak ganjil. Akan tetapi, meski garis paling tipis sekalipun memiliki tak hingga banyaknya titik, sangat jelas bahwa suatu permukaan atau suatu bidang tentu “lebih besar” dari sebuah garis atau kurva, seperti halnya suatu ruang “lebih besar” dari sebuah permukaan. Inilah alasan utama pemberian label dimensi 0 untuk titik, 1 untuk garis, 2 untuk bidang, dan 3 untuk ruang.

Seperti telah disebutkan sebelumnya, fraktal dicirikan oleh dimensinya yang berbentuk pecahan. Dengan dimensi tersebut, fraktal akan memiliki bentuk semacam “transisi” antara benda-benda yang berdimensi sesuai definisi Euclid. Segitiga Sierpienski (gambar 1) dapat dipandang sebagai transisi antara bidang menuju garis, sehingga dimensinya berada antara 1 dan 2, yaitu sekitar 1,58. Nilai ini dapat diperoleh dengan menggunakan definisi dimensi Hausdorf [2]:

$$N_\varepsilon \approx \varepsilon^{-D}, \qquad \ldots(1)$$

atau

$$D = \lim_{\varepsilon \to 0}\left(-\frac{\log N_\varepsilon}{\log \varepsilon}\right), \qquad \ldots(2)$$

dengan N_ε adalah jumlah objek terkecil yang masing-masing berukuran linear ε, dan D adalah dimensi objek.

Sebagai contoh penerapan persamaan (2), tinjaulah kembali SS pada gambar 1. Terlihat bahwa $N_\varepsilon = 3^n$ untuk $\varepsilon = 2^{-n}$, dan $\log N_\varepsilon / \log \varepsilon = (n \log 3)/(-n \log 2)$, sehingga dimensi SS tersebut adalah

$$D = \log 3 / \log 2 \approx 1{,}58 .$$

TINJAUAN TEORETIK

Konsep fraktal dalam fisika memiliki aplikasi yang sangat luas, seperti pada pembahasan tentang fluida hingga rangkaian listrik dalam elektronika. Keberadaan fraktal yang ternyata ada dalam hampir seluruh sudut alam dan sistem matematis pertama kali dikenal setelah Benoit Mandelbrot mempublikasikan bukunya yang berjudul *The Fractal Geometry of Nature* pada 1983 [3]. Dalam tulisan ini akan dipaparkan salah satu bentuk fraktal yang sering ditemui dalam kehidupan sehari-hari, yaitu fraktal bermassa.

Dimensi Fraktal Bermassa

Dari definisi kerapatan massa, secara intuitif dapat ditentukan keberadaan dimensi fraktal bermassa melalui hubungan

$$m = kR^D , \qquad \ldots(3)$$

dengan *m*, *R*, *D*, dan *k* berturut-turut adalah massa fraktal, ukuran linear berdimensi satu (misalnya panjang/lebar/diameter), dimensi fraktal, dan suatu konstanta yang tidak lain merupakan kerapatan massa. Dalam ruang Euclid, nilai *D* adalah dimensi bilangan bulat. Dengan demikian, jika $D = 1$ akan diperoleh $k = \lambda$, yaitu massa per satuan panjang; $D = 2$ diperoleh $k = \sigma$, yaitu massa per satuan luas; dan $D = 3$ diperoleh $k = \rho$ atau massa per satuan volum.

Untuk menentukan dimensi fraktal, ruas kiri dan kanan persamaan (3) diberi fungsi logaritmik:

$$\log m = \log k + D \log R . \qquad \ldots(4)$$

Resapan Bahan

Kualitas resapan suatu bahan berserat (atau berpori) biasanya tergantung pada ukuran/geometri bahan tersebut. Dari paparan sebelumnya tersirat bahwa geometri suatu benda sangat terkait dengan dimensinya. Oleh karena itu, kemampuan bahan untuk menyerap cairan seharusnya bergantung langsung pada dimensi, yang secara umum berdimensi fraktal (pecahan). Untuk mengujinya, perlu dilakukan eksperimen yang mendukung pernyataan tersebut.

METODE EKSPERIMEN

Pada eksperimen ini, ada 4 bahan yang digunakan untuk membuat fraktal yang semuanya termasuk jenis bahan kertas, yaitu kertas HVS, kertas manila, koran bekas, kertas *stencil*.

Pembuatan Fraktal Kertas

Kertas merupakan benda yang memiliki dimensi 2. Untuk dijadikan fraktal (berdimensi pecahan), bahan-bahan tersebut dibentuk sedemikian rupa (diremas-remas) sehingga berbentuk menyerupai bola. Dalam eksperimen ini dibutuhkan beberapa buah data. Oleh karena itu, setiap jenis bahan tersebut dipotong menjadi beberapa ukuran berbeda. Baru setelah itu kertas dibentuk menyerupai bola yang ukurannya bervariasi.

Gambar 2. Pembuatan fraktal kertas dengan cara meremas.

Penentuan Dimensi

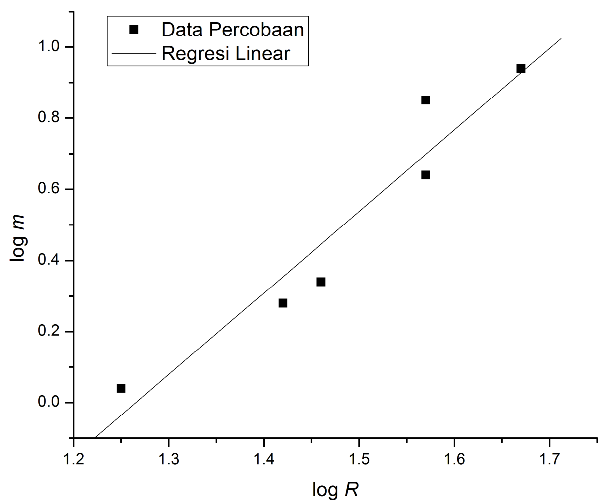
Data yang dibutuhkan untuk menentukan dimensi fraktal kertas yang telah dibuat adalah massa dan diameternya. Setiap “bola-bola” kertas diukur massanya dengan menggunakan neraca Ohauss, kemudian diukur diameternya sebanyak dua kali pada tempat yang berbeda (semakin banyak semakin baik). Kedua diameter hasil pengukuran itu lalu dirata-ratakan. Diameter rata-rata inilah yang digunakan untuk pengolahan data. Setelah data massa (m) dan diameter (R) bola-bola kertas diketahui, plot log m terhadap log R sesuai dengan persamaan (4). Gradien dari grafik akan menunjukkan dimensi fraktal bola-bola kertas tersebut.

Perbandingan dimensi fraktal terhadap daya serap

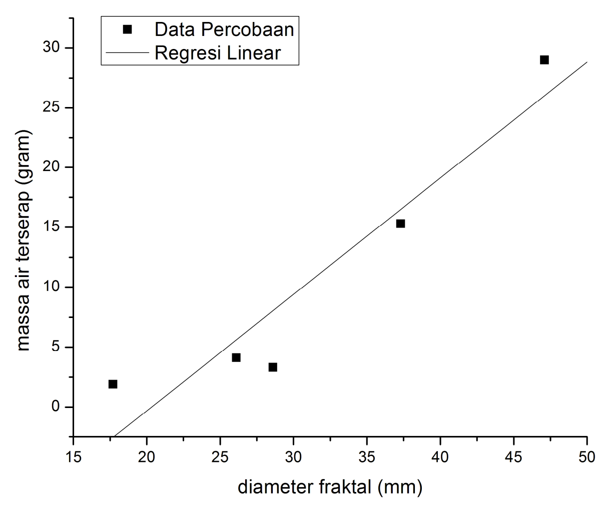
Setelah diketahui dimensi bola-bola kertas, harus diketahui seberapa besar daya serap bahan sehingga dibutuhkan data banyaknya cairan (air) yang diserap oleh bahan tersebut. Semua bola-bola kertas dicelupkan ke dalam air beberapa saat, kemudian diukur lagi massanya. Massa air yang diserap adalah massa bola-bola kertas setelah menyerap air dikurangi massa bola-bola kertas saat kering. Dengan bantuan grafik, massa air (m_a) yang diserap dibandingkan terhadap diameter bola (R). Hipotesisnya, fraktal-fraktal kertas dengan dimensi yang berbeda akan memiliki gradien kurva m_a terhadap R yang berbeda pula.

HASIL EKSPERIMEN

Sesuai dengan langkah-langkah yang telah dijelaskan pada bagian metode, hasil penting yang dapat diperoleh dari penggambaran grafik sesuai eksperimen untuk bahan tertentu adalah dimensi fraktalnya dan gradien kurva massa air terserap terhadap diameter bahan. Contoh grafik penentuan dimensi fraktal dan hubungan massa air terhadap diameter yang diberikan di sini adalah untuk kertas HVS (gambar 3).



(a)



(b)

Gambar 3. Grafik untuk kertas HVS: (a) dimensi fraktal (b) daya serap bahan.

Secara keseluruhan, dimensi fraktal dan gradien resapan yang diperoleh pada eksperimen untuk bahan yang berbeda adalah:

Jenis Bahan	Dimensi Fraktal	Gradien Resapan
Kertas *Stencil*	2.33	14.43
Kertas Koran	2.67	21.36
Kertas HVS	2.26	8.49
Kertas Manila	2.35	16.51

PEMBAHASAN

Pada penentuan dimensi fraktal, berhasil diperoleh dimensi fraktal kertas yang diremas bernilai antara 2 dan 3. Hasil ini sesuai dengan anggapan dasar bahwa kertas sebagai suatu bidang berdimensi 2 akan menuju bentuk bola yang berdimensi 3. Eksperimen ini juga membuktikan fraktal ada dalam kehidupan kita sehari-hari.

Hasil yang menarik diperoleh pada percobaan kedua, dimensi fraktal ternyata terkait langsung dengan gradien resapan. Semakin besar dimensi fraktal, maka semakin besar pula gradien resapannya. Artinya dimensi fraktal mempengaruhi kualitas bahan berserat dalam menyerap cairan.

Penerapan konsep fraktal untuk menentukan kualitas resapan bahan ini dapat dijadikan sebagai alternatif dibandingkan metode mikroskopi pori yang umum digunakan. Metode fraktal ini jauh lebih mudah dan murah. Hanya saja sampai saat ini belum ditemukan rumusan matematis yang menghubungkan dimensi fraktal dengan gradien resapan. Hasil yang ada masih sebatas kurva penentuan dimensi dan gradien resapan pada berbagai bahan.

KESIMPULAN

Konsep fraktal dapat diterapkan untuk menentukan dimensi benda/bahan berserat dan kualitas resapannya. Metode ini tidak sulit dilakukan dan tidak membutuhkan biaya yang besar sehingga dapat dijadikan sebagai alternatif baru selain metode yang sudah ada.

UCAPAN TERIMA KASIH

Karya ini tidak akan terwujud tanpa peran serta rekan-rekan di kelompok studi mahasiswa 102 Fisikawan Muda. Ucapan terima kasih secara khusus kami sampaikan pada pembimbing kami, Dr. rer. nat. Freddy Haryanto dan Dr. Jusak S. Kosasih, juga pada salah seorang rekan, yaitu Ahmad Ridwan, yang telah menganjurkan kami untuk mengikuti kegiatan penulisan ilmiah ini dengan topik aplikasi fraktal.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anton, Howard. *Elementary Linear Algebra*, *7th edition*. New York: John Wiley and Sons; 1994.

[2] Lam, Lui. *Nonlinear Physics for Beginners*.

[3] Mandelbrot, Benoit. *The Fractal Geometry of Nature*.